

概算的奧妙(The Art of Approximation)

不少人聽過我說我退休之後要寫本概算的書，平時我也會同同事朋友提到概算的妙用，我把他用在生活上的許多方面，日月的，曆法的，史地的，管理的，環境的，和自然科學的。我的體會是如果要完全正確的答案，你能選擇的方法不多，搞不好根本解不出來，退而求其次，尋求個大略解，忽然間條條大路都出現了，世間的事那要那麼精確啊。太要求精確，反而會傷害到智慧的。

影響我這方面最大的是普林斯敦大學的教授們，特別是我的一位論文指導教授--Murray Lampert，一位猶太人。Lampert 教授要求學生考試時不帶計算尺及計算機，最好不要寫微分方程式或解微分方程式；有一次，他提到第一流的研究人員是看到一個現象立刻可以由十種可能的解釋窄化為三種可能解釋的人，第二流的研究人員則是根據前者的敏銳判斷去做理論演算或實驗證明者；他鼓勵學生們學做第一流，否則日後必淪為副手；他不時在校內校外人士的專題演講裡示範這一種功夫，不管講者的題目是不是他所熟悉的，他似乎都可以一針見血，~~也~~^有時血還流的不少，鬧的演講者下不了台。這種主副手高下之分，有次我在錢學森傳裡也看到，這位為中國人推崇的導彈之父，依作者的敘述，在加州理工學院是一位數學能力極強的副手，方向都是他的老闆以概算判定的，他的老闆少不了他，他能用理論及數學很快驗算出他老闆的對錯，精確程度高很多，但是他是副手。

我沒學過航空動力學，但是在量子力學裡真正可得解析解 (Analytical Solution) 的物理問題只有“兩個質點的交互作用”一個，其他的都是用近似解 (Approximate Solution)，整本量子力學教科書，前面是觀念，中間是薛丁格方程式及簡化問題的示範應用，接著就是多年來各方高手提出的如何得近似解的方法，後面的一堆應用問題全靠近似法。想來航空動力學也差不了太多，在那沒電腦的年代，錢學森必然精通各種近似法，功力遠在你我之上。

我自小讀書認真，在錯誤的教育薰陶及考試命題之下，受害很深，養成問題必求完整解的習慣，看近似解為形而下學。我看同學們也差不多，看物理書

的精神都用在解題的數學技巧上，對於結果的物理現象反而不花精神去思考，這個迷失到了大學益發嚴重，因為數學部分太複雜了。大學畢業了，長輩問我電機學得怎麼樣了，我一臉茫然，電機系好像不是大家想的那個樣子，我存在腦袋裡的泰半是應用數學，沒太多電機學。

其實中間是有個機會的，我大三的時候去聽量子力學課，教授開宗明義就說我給分是極寬的，如果我問你 1 加 2 是多少，你寫 3 當然是滿分，你寫 5 就有 60 分，但是你如果寫 4 我就沒法子給你分了。你竟然連奇數加偶數是奇數都不知道，這程度太差了。聽完之後哈哈大笑，後來就決定不修了，這老師給分如此之寬必然沒什麼學問，少年郎坎井之蛙，輕狂若是。數年之後在普林斯敦我才猛然驚覺那位台大的老師是過來人，不是教書匠，可惜當時瞧他不起，連名字也沒記住，否則應該像廉頗般去請個罪。

既然說退休後要寫，為什麼現在就寫呢？嗯，說得含蓄一點，因為市場迫切需要，先把概念勾勒出來，肌肉部分還是得等退休之後。

篇一 這本書給誰看

我假設你高中畢業，有時候我會用到簡單的微積分概念，如果你只國中畢業，應該也看懂百分之八十。其實大部分的東西你在國中，國小都學過，我不過是用概算的觀念將它們拉遠一點距離來看。

篇二 到底這本書要講什麼

我以為日常生活及工作遇到的事務百分之八十用粗略的概念及粗略的計算就可以了，精細沒有必要。世間的事務學問太多了，廣而深只有以前的總統做得到，這本書想要給你廣，給你反應靈敏。

這是一本用在日常生活及工作的雜書，雖然用概算兩個字有時候並不扯到算，我想文字中的算也有估的意思，所以有時候要算一算，看要多精細，算法

有不同，有時候只是估計形狀是什麼樣子，方向朝那邊；稍微運用您的常識，稍微運用些妳國高中學過的東西，你就不會顯得笨或程度差。

廣的好處是對事務日積月累之下容易貫通，廣之後求深也不會迷失方向，被人說讀死書，見樹不見林。

還是不知道這本書要講什麼？舉個例？序文中不是講了一下量子力學的例子了嗎！量子是什麼時代的人？有比孔子儒學偉大嗎？序文寫的不好，請看篇三、篇四可能會有領悟。

篇三 看書要怎麼看

讀書消遣隨你怎麼看，因為愛看書所以看書也隨你怎麼讀，這些人真是好命。你我每天忙碌不已，看書純粹要求得更高的生活技能，為自己的經濟打拼，看書都要算投資報酬率的。書店裡的書很多，書名雷同得也不少，要看那一本呢？有些書書名很響亮，像是“概算的奧妙”內容有八成是我早知道的，說不一定我還可以寫得更好一點，花了好幾個鐘頭讀，收穫只百分之二十。

其實這算不錯的，有百分之二十的收穫，另外的百分之八十印證了英雄所見，增強自己的信心。曾經友人推薦書給我看，我說你就大致把要點告訴我吧，他支支吾吾了幾分鐘說不出要點來。

看書首先要看序文，別人寫的序文是廣告詞，通常與書的內容無關，序文裡有總體思想。看完序文後你要開始想這本書大概會分什麼章節，然後去看內容目錄表印證一下，如果有差異，想一下為什麼他的目錄表和我想的有異，有時候是他想漏了，有時是你想漏了，想偏了，甚至想錯了；差得愈多，愈表示這本書的學問你沒有或者不需要。然後挑幾個章節先想它會講什麼，再翻到這幾個章節讀一讀，幾乎相同？想想作者如何貫穿的，閉起眼睛，現在目錄會背了？開始看內容吧！和你想的差不多的部分掃描過去就行，所謂掃描是眼睛從這一頁每一段的頭幾個字直線掃向這段的最後幾個字，只是在找有沒有出乎意

料的文字出現。書看完了，可別忘記把書合起來再背一次章節目錄，默想每一章節的要點，如何用到生活及工作上去。

這樣的看書法是概看，記下來的和用出來的比細讀而不讀序及目錄的還要多。另有一種看書法我常用的是只看序及目錄表，針對我想知道一些概念但無暇深入的題目，可以叫略看吧！遠距離看個形而已。

篇四 快速概算

亞熱帶的天氣，夏天穿件短衫都覺得熱，少有人肯再口袋裡放個計算機的，但是我們還是常要算些數字。

在餐館裡，“小姐，15 桌結帳。”一陣鍵盤聲之後，“八百”。“不會吧！你們一道菜最多 150，我們點了 5 道，加白飯，最多 790。”“對不起，對不起，我再算一遍，啊！多算了一道，是 640。”“小姐，你們最便宜的菜是 120，我們那條魚就 150 了，怎麼會才 640，你的小學老師是...”，這裡用的是上限概算及下限概算。

張院長爲了振奮人心喊出“2010 台灣 double”，引起午餐桌的一陣討論，藍君說“10 年 double，一年不是要成長 10 趴，那有可能，張俊雄當成我們傻瓜呀！”綠君反駁說：“一年 10 趴，十年下來絕不只 double，這是複合成長？”，那一年究竟要成長多少？有無可能？立式子容易，我們要找到 x ，而 $(1+x)^{10}=2$ ，如果你還會 $\log$ 運算，還記得 $\log 2=0.3$ ，你刹時可算出 $\log(1+x)=0.03$ ；接下來難了，誰會記得對數是 0.03 的數啊！別慌，你知道 x 一定小於 0.1，你知道一個點的函數值可以運用這個點附近的一點的函數值加減“斜率乘以距離”來估算，若我們選擇 1 爲附近的基準點， $\log(1+x)=0.434 \ln(1+x)=0.434(0+x)$ ，於是 $x=0.07$ ，我們一年要成長 7%，10 年才能 double，椎明！椎明！

日常工作上的算術，通常兩位數有效數字就夠了，報告中長長的數字只是想叫人不要看。兩位數的乘法有一些技巧，我自己常用的有(1)拆成兩個連乘，

乘以 1.4 變成乘以 2 再打 7 折，(2)利用 $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ ，如果 a 極小於 x ，略去 a^2 ，(3)利用 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ ，如果 a 極小於 x ，略去 a^2 ，(4)連乘除時，先找可以上下約分的方法，儘量不做除法，(5)一定要做三位數，利用百分比調整變成兩位數運算。舉例：

1. $1.6*1.4=(1.5+0.1)(1.5-0.1)\cong 1.5^2=2.25$ 。
2. $1.6*1.4=(2*1.4)$ 減 2 成 $=2.24$ 。
3. 29 的平方 $=(30-1)^2\cong 840$ 。
4. $7.4*5.7=(7 \text{ 加 } 6\%)*(6 \text{ 減 } 5\%)=42$ ；這是最有用的通用辦法。
5. $1.05*1.5/1.28=1.05*1.5/(1.2 \text{ 加 } 6\%)=1.5/1.2$ 再減去 1%=1.24 少些。
6. 7 的開方。先猜 2.5，算一下，還差 12%，所以 2.5 再加 6%約莫就是了，答 2.65。
7. 43 的開方。先猜 6， $6*6=36$ ，還差 20%，所以 6 再加 10%約莫就是了，答 6.6。如果先猜 7， $7*7=49$ ，要減 12%才是 43，所以 7 減去 6%，為 6.58，也差不多，當然 6.58 要比 6.6 準確。那個會比較準，就是用 20%，12%來判斷。
8. 130 除以 36。130 是 144 減 10%，所以答案是 4 減 10%，為 3.6。
9. 43 的開三次方，道理也是一樣。先猜 3， $3^3=27$ ，還差 60%，所以 3 再加 20%，是 3.6。其實看到加 20%，你心裡要有數，高估的誤差會蠻大的，給答案時要減一點，說 3.5 吧！這題目由 4 猜起會準確些。

有概念了嗎？經常用就會純熟，可要舉一反三。對了，千萬別去打兩位數的折，像七五折，八五折之類的，會自找麻煩。用概算另有一件事要學，書本上也提過的，就是要能估計誤差在多少之內，這以後再說。

看完篇三，篇四了，願意買這本書了嗎？吝嗇鬼，還不買，再看下去吧！

篇五 台北市的缺水問題

你光會算不會立式子是不夠的，立式子就是小學的應用題，就是立模型了。複雜的模型像經濟模型，氣象模型，式子一堆，互相連結，一個影響一個，最後一個又回來影響前一個，這種東西留給專家去玩，我們玩些簡單實用的東西。

漂亮的主播詹怡宜又在說，“翡翠水庫水位目前只有 146 公尺，距離下限 141 公尺只剩 5 公尺，距嚴重下限 117 公尺也只剩 29 公尺，台北市呼籲民眾節水”。這些話有用嗎？連詹怡宜都不知道她在講什麼！我以為正確的說法應該是翡翠水庫存水現在 154 百萬噸，一天淨出水量 1.4 百萬噸，所以 110 天之後就沒水了。這樣說大家就有個簡單的計算模型，分區停水，供三天停一天，究竟可減少日淨出水量多少？可以撐多久也就很明白了。

好了，說穿了你覺得我講的實在沒什麼？一則簡單的應用題而已，不過這供水問題是可繼續談下去。我先問兩個問題，如果你答得出來這本書不用買了，第一個問題：今天集水區下了 40 公釐的雨，請問我們台北市用水可撐幾天？第二個問題：台北市年人口增加率是 5%，請問多少年後，台北市的缺水問題會年年浮現？如果陳水扁，馬英九也答不出來，我認為他們對台北市民的民生問題關心不夠，沒有資格當市長。

第一個問題只要知道集水區有多大，不上網你能估一下嗎？不會？真是的！那條新店溪東起宜蘭邊界，充其量長 30 公里吧！集水區的寬度呢？想來 10 公里差不多了，於是說 300 平方公里，上網一看是 303 平方公里。所以集水區每一公釐的雨可提供 30 萬噸的水，下了 40 公釐，那有 1200 萬噸了，多撐個 9 天吧！事實上當然也沒那麼簡單，我經年觀察的結果是久久不下雨之後，一旦下雨前面的 25 公釐雨水會進入地下，然後緩慢的(大約三，四個月的時間)釋放進水庫，

所以久久不下雨之後，40 公釐的雨只有 15 公釐的水會在兩天內被收入水庫，表土吸水飽和的情況下，40 公釐全部會在兩天內被收集到。集水區長 30 公里估不準？但是一定在 20 到 40 之間你總該會吧！我是用台北縣市的寬度加上新店在台北縣市的位置估算的。縣市的寬度不知道？嗯，這麼說，高速公路開過去，每一縣大概幾公里沒概念嗎？沒注意？嗯，那試下面的方法，那麼台灣面積三萬六千平方公里知道嗎？分成十六縣五市，澎湖不算，市比較小，除以 17 好了，再開個平方，一縣的東西，南北長短大概是 46 公里，不要再說不知道台灣面積，你會被台聯打的，不愛台灣！

不要忘了第二個問題，這個問題有點難，我觀察翡翠水庫久久無雨，夜闌人靜不放水的時候，每小時大概有 3 萬噸的水量增加，應該就是前面說的緩緩釋出的地下水，一天有 70 萬噸，於是我推算翡翠水庫無雨時每天進水 70 萬噸，出水 210 萬噸，台北市民一人一天用一噸水附近，可還真是會用，在篇六我們會試著估算一人一天究竟會用多少水。每年 10 月至 2 月的 150 天是台灣的乾旱期，翡翠就算九月三十日那天滿載，為 340 百萬噸，如果每天淨出水 2.3 百萬噸，隔年三月一日就無水可用，所以台北市民每天用掉 3 百萬噸水時，年年都可能拉警報了。一年人口多 5%，由 2.1 百萬噸至 3.0 百萬噸要幾年啊？這一題和張俊雄院長考我們的是一樣的，由‘給年算趴’換成‘給趴算年’而已，其實也不用多算，1.4 倍大概 7 年吧！如果人口增加率 5% 是事實，有意選市長的人下一回最好不要出來選，要不然到時候一定會被逼得說出外省人來太多的話。上回台北選市長的時候，如果李應元挑出這個議題，就可以讓馬英九滿地找牙，這麼沒有遠慮的人怎麼幹市長呀？

我到底在說什麼，我是說即使是平常事務你也可以發展個簡單模型，高中生都做得到的，這模型會給你夠用的洞察力，在什麼情況下會出什麼事，未雨綢繆一番。那些專家，天天拿個超級電腦在算，嘴裡講些人人都聽不懂得外星話，不見得會有更好的洞察力。

專家看了我的書一定很不服氣，”可是你只會算翡翠水庫，還用了些觀察資料，什麼 25 公釐雨水會進入地下，無雨時地下水滲出一天 70 萬噸，那科學園區的頭前溪你會嗎？我們的模型可是可以算多木爾星上的河流的，只要輸入地

形，地質資料，連兩年前的那次雨，今天在什麼位置滲出幾 cc 的水都可算出來”。

說得也是，簡單模型可算的有限，結果有時候也只是階數(order)對，複雜的模型我們社會還是要的。頭前溪集水區大概是翡翠水庫的兩倍，想來地形地質也差不多，一天一百萬噸應該是有的，如果上游農民不攔水，新竹市一天四十萬噸的用水應該不成問題。

篇六 一些常用物理量的估量

基本物理量一是空間，二是時間，三是重量，生活上、工作上經常需要簡單測量一下，才不容易受騙。它們的組合，如速度，加速度，密度也需要有些大小概念，才能對平時聽到的，看到的數字產生感覺。

這顆樹好高呀!多高呢?走幾步算算你的影子，再走幾步算算數影多長就知道了。這棟樓有多高呀!算一算有幾層，一層大概 3 米吧!距台北車站還多遠啊!看看新光三越大樓，估計一下仰角；或者想想還有幾條大街要過，台北市的大街間距 500 公尺，我怎麼知道，我算過的啊!我走兩步是 1.5 公尺，一分鐘走 110 步，所以一公里路走了 12 分鐘，走一個 Block 花了 6 分鐘，那麼大街間距就是 500 公尺了，它很重要的，計程車司機有時會在馬錶動手腳的，此外約會不能遲到，約會地點經常都塞車的，熱門地點嘛！剩下 10 分鐘，車子 5 分鐘沒走幾公尺，還有一條街，當機立斷下車走一定趕得上。

求職面談的時候“先生，你身高 180，體重 70，請問你體積多少？”從來沒人問過，也不知道怎麼量？那就很抱歉嚕，去問問阿基米德吧！嗯！我身高 180，寬平均 50 吧！前後算 10，體積 90 公升！哈！有點智慧，能不能再準確點？嗯，人體大部分是水，既然 1cc 的水是 1 公克，70 公斤大概就是 70 公升了，哈！好多了，不過你有骨頭，它比水重，你的胸腔、腹腔也不是滿的，否則就不叫腔了。此外，嘿！嘿！你的腦袋好像也不是很滿(實在惡毒)，再想想看？答不出來了，這事情是這樣看的，人落水會載浮載沉，代表平均密度和水差不多，所以 70 公斤代表 70 公升，錯不了。

那麼現在來看看這顆大西瓜，你看的出幾斤嗎？菜市場的斤兩有時也有問題的。

辦公室裡“小妹，這份文件去附近的店裡印一份，馬上回來，茶裡王急著要。”“怎麼這麼久，印了一個小時，你跑去屏東印啊！”“店隔了一條大街，頁數又這麼多，一個鐘頭我都用跑的。”

你如果就算了，小妹晚上遇見同學時鐵是把你的笨相奚落一番，誇大她摸魚的本事。你可算算，一共 40 頁，那家複印店的機器是自動進紙的，二秒鐘一頁吧，一分鐘夠了，她去了要等兩個人，算等三分鐘，付帳一分鐘，一條大街走路來回 12 分鐘，人擠多算一倍好了，半個鐘頭就夠了，當我傻瓜啊！

如果你幹了主管，對於一件事情要花多少時間處理都算不出來，老是被下屬矇騙，還替上面的那個小妹爭取加薪，說她做事認真，用跑的，直到被你老板說他那天剛巧在附近店裡和客戶談話，看到小妹和位帥哥在那裡“再忙也要和你喝一杯咖啡”，你的位子怕是不保了。事情要花多少時間，要將事情分解成一個個動作，計算每一動作的時間，再乘、再加，與實際數據不合，那再想想哪裡錯了，想不出來？自己到複印店一趟，一路算時間。其實你還可以更上一層樓，想想看樓下 10 公尺就有家 7-11 店，他們機器是人工放紙的，印一張要 8 秒，40 頁要 5 分半，來回電梯時間 3 分鐘，10 分鐘就可以了。動作分解之後，你就可以洞察多少張要去那個店。還要更快？可以用兩台同時印嗎？唉！你一定要學會這個，否則你的管理前程相當昏暗，只有遇到更昏暗的老板才會見到光明。這也是為什麼退休後要寫的書要提前寫的原因。概算的奧妙不只這些，不過沒時間寫下去了，你觸類旁通吧！

後文

你讀完了這本書了，學問不少吧！賣一本十萬不算貴的。我需要想個辦法，讓它複製時會自動銷毀，讓它被讀第三篇時字跡會消失。你知道怎麼做嗎？如果不知道，那我還沒把你教好，你需要看我退休後寫的完整版，有洞察力才能有創新。

貫通了這本書，你的工作職位升遷會很快，每年的加薪會很高，你教出來的小孩會很優秀，你選總統，縣市長一定會上，不過你如果想當民意代表，什麼立法委員之類的，這本書會讓你完蛋，千萬不可翻閱。這本書教你的都是正理，立法委員要的全是歪理，看了之後會讓你掰不下去。